

ЭЛЕКТРОНИКА, ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И РАДИОТЕХНИКА

УДК 681.311

DOI 10.21685/2072-3059-2019-2-5

Н. П. Кривулин

МЕТОДЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ МУЛЬТИСЕНСОРНЫХ СИСТЕМ¹

Аннотация.

Актуальность и цели. Разработка методов динамических измерений мультисенсорных систем является актуальной проблемой ввиду того, что при эксплуатации мультисенсорных систем приходится анализировать и обрабатывать большой объем информации различной природы. Объектом исследования являются мультисенсорные системы. Предмет исследования – методы идентификации, целью которых является создание математической модели мультисенсорных систем. В работе приводится пример определения импульсной переходной функции жидкостно-аналитической измерительной системы, выполненной на волоконно-оптических сигнализаторах уровня жидкости, для определения качественного и количественного содержания примесей в контролируемой жидкости.

Материалы и методы. Методы, предложенные в работе, основаны на методах идентификации. Определение импульсной переходной функции проводится по результатам серии испытаний для дискретных нестационарных систем, математические модели которых описываются моделями типа «вход-выход».

Результаты. Предложена математическая модель жидкостно-аналитической измерительной системы для качественного и количественного содержания примесей исследуемой жидкости.

Выводы. Полученные результаты могут быть использованы при разработке математических моделей мультисенсорных систем, выполненных на различных элементных базах.

Ключевые слова: динамические измерения, мультисенсорные системы, восстановление входного сигнала, импульсная переходная функция, идентификация динамических характеристик, математические модели, жидкостно-аналитическая измерительная система, волоконно-оптический сигнализатор уровня жидкости.

N. P. Krivulin

METHODS OF IDENTIFYING MULTI-TOUCH SYSTEMS

¹ Работа поддержана РФФИ. Грант 16–01–00594.

© Кривулин Н. П., 2019. Данная статья доступна по условиям всемирной лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>), которая дает разрешение на неограниченное использование, копирование на любые носители при условии указания авторства, источника и ссылки на лицензию Creative Commons, а также изменений, если таковые имеют место.

ческой модели типа «вход-выход» для дискретных систем, которая описывается уравнением

$$y(k) = \sum_{l=0}^{\infty} g(k,l)x(l), \quad k = 1, 2, \dots, \quad (1)$$

где $x(l)$, $l = 1, 2, \dots$, – входной сигнал; $y(k)$, $k = 1, 2, \dots$, – выходной сигнал; $g(k, l)$, $l = 1, 2, \dots$; $k = 1, 2, \dots$, – импульсная переходная функция системы.

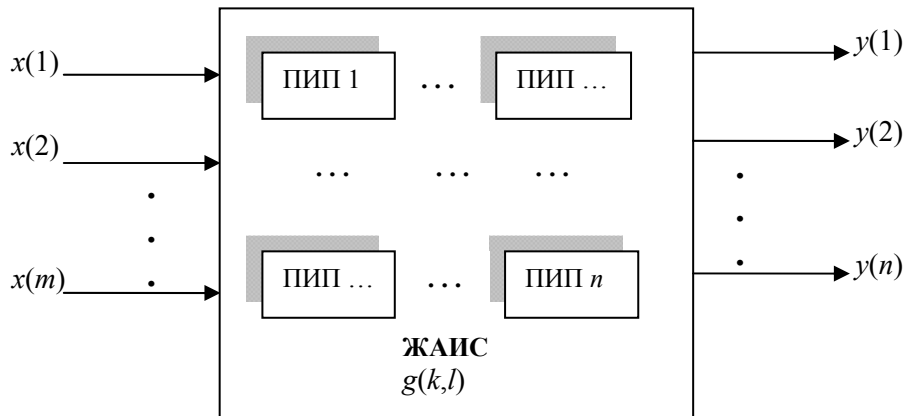


Рис. 1. Схема жидкостно-аналитической измерительной системы:
 $x(l)$, $l = 1, 2, \dots, m$, – количественное значение содержания компонент анализируемой жидкости; $y(k)$, $k = 1, 2, \dots, n$, – значения на k -м сенсоре (ПИП k);
 $g(k, l)$, $k = 1, 2, \dots, n$; $l = 1, 2, \dots, m$, – импульсная переходная функция ЖАИС, значения которой есть весовые коэффициенты k -го сенсора на l -й компоненте анализируемой жидкости; ПИП – первичный измерительный преобразователь

1. Постановка задачи

В качестве математической модели ЖАИС будем использовать модель (1) типа «вход-выход». Подход, основанный на данной модели, имеет ряд преимуществ по сравнению с другими математическими моделями, которые описываются, например, дифференциальными уравнениями. Преимущества заключаются в том, что для установления зависимостей между входными и выходными величинами не требуется рассматривать физические процессы, происходящие в системе, что является достаточно сложной задачей, а во многих случаях и невозможной.

В качестве математической модели ЖАИС рассмотрим дискретную модель типа «вход-выход» для определения количественного состава $x(l)$, $l = 1, 2, \dots, m$, анализируемой жидкости по показаниям $y(k)$, $k = 1, 2, \dots, n$, – сенсоров системы. Полагая $x_i(k) = 0$ при $k > m$ и соответствующие $y_i(k) = 0$ при $k > n$, уравнение (1) примет вид

$$y(k) = \sum_{l=0}^m g(k,l)x(l), \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

Abstract.

Background. The work is dedicated to the development of methods for dynamic measurements of multi-touch systems, which is an important problem in view of the fact that in the operation of multi-sensor systems, it is necessary to analyze and process large amounts of information of different nature. Multisensor systems are the object of research. The subject of the study is the identification methods, the purpose of which is to create a mathematical model of Multisensor systems. The paper provides an example of determining the pulse transition function of a liquid-analytical measuring system performed on fiber-optic liquid level detectors to determine the qualitative and quantitative content of impurities in the controlled liquid.

Methods. The methods proposed in this paper are based on identification methods. The determination of the pulse transition function is carried out by the results of a series of tests for discrete non-stationary systems, mathematical models of which are described by the input-output models.

Results. A mathematical model of the liquid-analytical measuring system for the qualitative and quantitative content of impurities of the test liquid is proposed.

Conclusions. The obtained results can be used in the development of mathematical models of Multisensor systems performed on various element bases.

Keywords: dynamic measurements, multi-sensor systems, input signal recovery, pulse transient function, dynamic characteristics identification, mathematical models, liquid-analytical measurement system, fiber-optical liquid level indicator.

Введение

Преимущество использования мультисенсорных систем обусловлено получением большого объема информации об исследуемом объекте. Однако это обстоятельство и создает существенную сложность при построении математических моделей для разработки методов динамических измерений.

В обзоре [1] отмечается, что при динамических измерениях возникают две основные задачи:

- 1) определение импульсной переходной функции;
- 2) восстановление входных сигналов.

В данной статье разработаны методы решения обеих задач, основанные на использовании математической модели типа «вход-выход». Они основаны на методах идентификации, рассмотренных в [2–4]. Разработка методов проводится на примере жидкостно-аналитической измерительной системы (ЖАИС). В работе приводится пример определения импульсной переходной функции ЖАИС, выполненной на волоконно-оптических сигнализаторах уровня жидкости (ВОСУЖ), для определения количественного содержания примесей в контролируемой жидкости.

ЖАИС представляет собой матрицу, состоящую из n -го числа сенсоров, которые различаются по каким-либо свойствам или параметрам чувствительности. Главным преимуществом такой системы является отсутствие сенсоров с полной селективностью к составу анализируемой жидкости. Подобная матрица имеет уникальный набор откликов почти для любых достаточно различающихся составом исследуемых жидкостей (рис. 1). Конструкция с большим числом сенсоров позволяет бороться с дрейфом характеристик.

Для определения анализируемой среды (жидкости) сигналы, получаемые при работе с многоэлементными сенсорами, необходимо обрабатывать. Обработка сигналов заключается в использовании разработанной математи-

где $x(l)$, $l=1,2,\dots,m$, – вектор входных сигналов, каждая компонента которого представляет собой количественное содержание l -й составляющей анализируемой жидкости, $y(k)$, $k=1,2,\dots,m$, – вектор выходных сигналов, составленный из данных на каждом сенсоре системы; $g(k,l)$, $l=1,2,\dots,m$; $k=1,2,\dots,n$, – импульсная переходная функция ЖАИС – реакция k -го сенсора на l -ю составляющую исследуемой жидкости.

2. Восстановление импульсной переходной функции

Полными динамическими характеристиками систем являются импульсная переходная функция, переходная функция, передаточная функция, дифференциальные уравнения известной структуры, где коэффициенты уравнения определяют данные характеристики.

Здесь рассмотрены методы определения импульсной переходной функции для моделей, описываемых уравнениями (1).

Для определения импульсной переходной функции системы будем использовать Z -преобразование. Напомним, следуя [2], что Z -преобразование последовательности $f(k)$, $k=0,1,2,\dots$, имеет вид

$$Z[f(k)] = F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k)z^{-k},$$

где $F(z)$ – аналитическая функция, которая является главной частью ряда Лорана в окрестности бесконечно удаленной точки.

Обратное Z -преобразование для функции $F(z)$ находится по формуле обращения $f(k) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C F(z)z^{k-1} dz$, где контур интегрирования содержит все особые точки функции $F(z)$.

Определение импульсной переходной функции основывается на следующем утверждении.

Обозначим через $X(z)$ и $Y(z)$ Z -преобразования последовательностей $\{x(k)\}$, $\{y(k)\}$, $k=0,1,\dots$

Пусть последовательность $\{g(k,l)\}$ удовлетворяет следующему условию: Z -преобразование последовательности $\{g(k,l)\}$ по переменной k имеет вид

$$Z[g(k,l)] = \sum_{k=0}^{\infty} g(k,l)z^{-k} = \hat{G}(z)[q(z)]^{-l}, l=0,1,\dots, \quad (3)$$

где $\hat{G}(z)$, $q(z)$ – некоторые аналитические функции.

Тогда Z -преобразование уравнения будет иметь вид

$$Y(z) = \hat{G}(z)X(q(z)). \quad (4)$$

Отметим, что данное утверждение является аналогом обобщенной теоремы Бореля для непрерывных систем, применение которой для идентификации непрерывных систем рассмотрено в работах [5, 6].

Постановка задачи определения импульсной переходной функции

Пусть выполнено условие (3). Требуется по двум входным $x_i^{\ominus}(k)$, $i=1,2$; $k=0,1,2,\dots,m$ ($x_i(k)=0$ при $k > m$) и соответствующим выходным сигналам $y_i^{\ominus}(k)$, $i=1,2$; $k=0,1,2,\dots,n$ ($y_i(k)=0$ при $k > n$) определить импульсную переходную функцию $g(k,l)$ системы, описываемой уравнением (1). На основании (2) приходим к системе уравнений

$$y_i^{\ominus}(k) = \sum_{l=0}^{\infty} g(k,l)x_i^{\ominus}(l), \quad i=1,2; \quad k=0,1,2,\dots \quad (5)$$

Пусть

$$X_i^{\ominus}(z) = Z[x_i^{\ominus}(k)] = \sum_{k=0}^{\infty} x_i^{\ominus}(k)z^{-k}, \quad i=1,2,$$

$$Y_i^{\ominus}(z) = Z[y_i^{\ominus}(k)] = \sum_{k=0}^{\infty} y_i^{\ominus}(k)z^{-k}, \quad i=1,2.$$

Учитывая условие (3) и применяя к (5) Z-преобразование, приходим к системе алгебраических уравнений относительно функций $\hat{G}(z)$, $q(z)$:

$$\begin{cases} \hat{G}(z)X_i^{\ominus}(q(z)) = Y_i^{\ominus}(z), \\ \hat{G}(z)X_i^{\ominus}(q(z)) = Y_i^{\ominus}(z). \end{cases} \quad (6)$$

Решая систему (6), находим искомые функции $\hat{G}(z), q(z)$. Тогда $G(z,l)$ будет иметь вид $G(z,l) = \hat{G}(z)[q(z)]^{-l}$.

Импульсную переходную функцию $g(k,l)$ найдем как обратное Z-преобразование по формуле обращения

$$g(k,l) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C G(z,l)z^{k-1} dz = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \hat{G}(z)[q(z)]^{-l} z^{k-1} dz, \quad k,l=0,1,2,\dots, \quad (7)$$

где контур интегрирования содержит все особые точки функции $G(z,l) = \hat{G}(z)[q(z)]^{-l}$.

Отметим, что вычисление контурных интегралов в выражениях (7) является достаточно трудоемкой задачей. Поэтому для нахождения обратного Z-преобразования можно воспользоваться следующей вычислительной схемой, основанной на методе коллокаций.

Для этого, применяя метод редукции, уравнение (3) аппроксимируем следующим образом:

$$\sum_{k=l}^N g(k,l)z^{-k} = \hat{G}(z)[q(z)]^{-l}, \quad l=0,1,\dots,N, \quad (8)$$

где N – достаточно большое число.

В уравнении (8) для каждого фиксированного значения $l = 0, 1, 2, \dots, N$ на окружности γ радиуса R ($\gamma = \{z, |z| = R\}$) с центром в начале координат, в которой содержатся все особые точки функции $\hat{G}(z)[q(z)]^{-l}$, выбираем $(N-l+1)$ равноотстоящую точку $z_\nu, \nu = 0, 1, \dots, N-l$, и приравняем левые и правые части уравнения (8) в этих точках. В результате приходим к $N+1$ системе линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{k=l}^N g(k, l) z_\nu^{-k} = \hat{G}(z_\nu)[q(z_\nu)]^{-l}, \quad \nu = 0, 1, \dots, N-l, \quad (9)$$

где $l = 0, 1, \dots, N$. Система (9) однозначно разрешима, так как определитель l -й системы $(N-l+1)$ порядка $(l = 0, 1, \dots, N)$ есть определитель Вандермонда, который равен

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} \frac{1}{(z_0)^l} & \frac{1}{(z_0)^{l+1}} & \dots & \frac{1}{(z_0)^N} \\ \frac{1}{(z_1)^l} & \frac{1}{(z_1)^{l+1}} & \dots & \frac{1}{(z_1)^N} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 1 & 1 & \dots & 1 \\ \frac{1}{(z_{N-l})^l} & \frac{1}{(z_{N-l})^{l+1}} & \dots & \frac{1}{(z_{N-l})^N} \end{vmatrix} = \\ &= \frac{1}{(z_0 \dots z_{N-l})^l} \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{z_0} & \dots & \frac{1}{(z_0)^{N-l}} \\ 1 & \frac{1}{z_1} & \dots & \frac{1}{(z_1)^{N-l}} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 1 & \frac{1}{z_{N-l}} & \dots & \frac{1}{(z_{N-l})^{N-l}} \end{vmatrix} = \\ &= \frac{1}{(z_0 \dots z_{N-l})^l} \prod_{i>j} \left(\frac{1}{z_i} - \frac{1}{z_j} \right) \neq 0. \end{aligned}$$

Решая систему (9) при каждом значении $l = 0, 1, 2, \dots, N$, находим элементы последовательности $\{g(k, l)\}$, $k = 0, 1, \dots, N, l = 0, 1, \dots, N$.

Пример. Рассмотрим ЖАИС, состоящую из n сенсоров, представленную на рис. 1. Требуется определить импульсную переходную функцию по серии испытаний, состоящих из двух анализов жидкостей $x = \{x(0), x(1)\}$ – исследуемая жидкость ($x(0)$ – количественное содержание контролируемой

жидкости, $x(l)$ – количественное содержание примесей в исследуемой жидкости), по показаниям сенсоров $y = \{y(0), y(1), \dots, y(n)\}$.

В качестве первичного измерительного преобразователя (ПИП) ЖАИС выступают сенсоры, выполненные в виде волоконно-оптического сигнализатора уровня жидкости. ВОСУЖ представляет собой кварцевый стержень с шаровым сегментом со стороны контакта с жидкостью. Он описан в работе [7], где также приводятся методы расчета конструктивных параметров.

В ВОСУЖ модуляция оптического сигнала осуществляется в оптическом чувствительном элементе (ОЧЭ) за счет выполнения и нарушения условия полного внутреннего отражения, при этом в зависимости от состава жидкости значения ВОСУЖ различны.

Математическую модель ЖАИС рассмотрим в виде

$$\sum_{l=0}^1 g(k,l)x(l) = y(k), \quad k = 0, 1, \dots, n, \quad (10)$$

где $x(l)$, $l = 1, 2$, – исследуемая жидкость; $y(k)$, $k = 0, 1, \dots, n$, – показания сенсоров ЖАИС; $g(k, l)$, $k = 0, 1, \dots, n$; $l = 0, 1$, – импульсная переходная функция, подлежащая определению.

Определение $g(k, l)$, $k = 0, 1, \dots, n$; $l = 0, 1$, проведем по результатам испытания, состоящего из серии двух тестовых входных $x_i^{\exists}(l)$, $l = 1, 2$, $i = 1, 2$, и соответствующих выходных тестовых сигналов $y_i^{\exists}(k)$, $k = 0, 1, \dots, n$; $i = 1, 2$, что позволяет на основании уравнения (10) записать систему уравнений

$$\sum_{l=0}^{\infty} g(k, l)x_i^{\exists}(l) = y_i^{\exists}(k), \quad k = 0, 1, \dots, i = 1, 2, \quad (11)$$

где положено $x(l) = 0$ при $l > 1$, $y(k) = 0$ при $k > n$, $g(k, l) = 0$ при $k > n$ или $l > 1$.

Пусть Z-преобразование последовательностей $x(k)$, $y(k)$, $k = 0, 1, \dots$, имеет вид

$$X(z) = Z[x(k)] = \sum_{k=0}^{\infty} x(k)z^{-k} = x(0) + x(1)z^{-1}, \text{ т.е. } X(z) = \frac{zx(0) + x(1)}{z},$$

$$Y(z) = Z[y(k)] = \sum_{k=0}^{\infty} y(k)z^{-k} = y(0) + y(1)z^{-1} + \dots + y(n)z^{-n},$$

$$G(z, l) = Z[g(k, l)] = \sum_{k=0}^{\infty} g(k, l)z^{-k}.$$

Пусть Z-преобразование по переменной k импульсной переходной функции (ИПФ) удовлетворяет условию $G(z, l) = Z[g(k, l)] = \hat{G}(z)[q(z)]^{-l}$.

Тогда изображение системы уравнений примет вид

$$\begin{cases} \hat{G}(z) \frac{q(z)x_1^{\ominus}(0) + x_1^{\ominus}(1)}{q(z)} = Y_1^{\ominus}(z), \\ \hat{G}(z) \frac{q(z)x_2^{\ominus}(0) + x_2^{\ominus}(1)}{q(z)} = Y_2^{\ominus}(z). \end{cases}$$

Откуда

$$q(z) = \frac{Y_1^{\ominus}(z)x_2^{\ominus}(1) - Y_2^{\ominus}(z)x_1^{\ominus}(1)}{Y_2^{\ominus}(z)x_1^{\ominus}(0) - Y_1^{\ominus}(z)x_2^{\ominus}(0)}, \text{ или } q(z) = \frac{\begin{vmatrix} x_1^{\ominus}(1) & x_2^{\ominus}(1) \\ Y_1^{\ominus}(z) & Y_2^{\ominus}(z) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_1^{\ominus}(0) & x_2^{\ominus}(0) \\ Y_1^{\ominus}(z) & Y_2^{\ominus}(z) \end{vmatrix}},$$

$$\hat{G}(z) = \frac{Y_1^{\ominus}(z)x_2^{\ominus}(1) - Y_2^{\ominus}(z)x_1^{\ominus}(1)}{x_2^{\ominus}(1)x_1^{\ominus}(0) - x_1^{\ominus}(1)x_2^{\ominus}(0)}, \text{ или}$$

$$\hat{G}(z) = \frac{x_1^{\ominus}(1)}{\begin{vmatrix} x_1^{\ominus}(0) & x_1^{\ominus}(1) \\ x_2^{\ominus}(0) & x_2^{\ominus}(1) \end{vmatrix}} Y_2^{\ominus}(z) - \frac{x_2^{\ominus}(1)}{\begin{vmatrix} x_1^{\ominus}(0) & x_1^{\ominus}(1) \\ x_2^{\ominus}(0) & x_2^{\ominus}(1) \end{vmatrix}} Y_1^{\ominus}(z).$$

Импульсная переходная функция восстанавливается обратным Z-преобразованием по формуле (7) или из решений уравнений (9).

3. Восстановление входных сигналов мультисенсорных систем

При восстановлении входных сигналов мультисенсорных систем использован подход, изложенный в работе [5].

Постановка задачи. Пусть функционирование ПИП описывается уравнением

$$y(k) = \sum_{l=0}^{\infty} g(k,l)x(l), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (12)$$

где $x(k), y(k), k = 0, 1, 2, \dots$ – входной и выходной сигналы; $g(k, l), k, l = 0, 1, 2, \dots$ – ИПФ.

Требуется построить измерительную систему (ИС), состоящую из ПИП и корректирующего устройства (КУ), функционирование которого описывается уравнением

$$x(k) = \sum_{l=0}^{\infty} g_C(k,l)y(l), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (13)$$

где в качестве входного сигнала выступает $y(k), k = 0, 1, 2, \dots$ – выходной сигнал ИП (12); в качестве выходного сигнала выступает $x(k), k = 0, 1, 2, \dots$ – входной сигнал системы (12); $g_C(k, l)$ – ИПФ КУ.

Структурная схема включения КУ в ИС приведена на рис. 2.

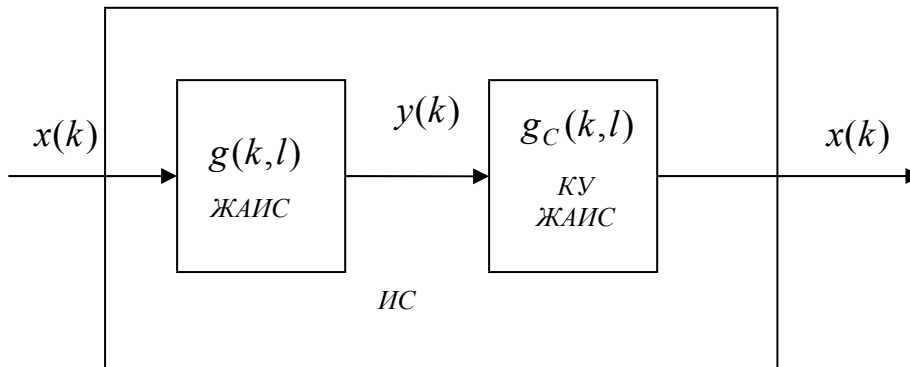


Рис. 2. Структурная схема ИС с аппаратной коррекцией: $x(k)$ – входной сигнал ИС ПИП; $x(k)$ – выходной сигнал КУ и ИС; $g(k,l)$ – ИПФ ПИП; $g_C(k,l)$ – ИПФ КУ

Рассмотрим дискретную динамическую систему, функционирование которой описывается уравнением

$$y(k) = \sum_{l=0}^{\infty} g(k,l)x(l), \quad k = 0,1,2,\dots, \quad (14)$$

где $x(k)$, $k = 0,1,2,\dots$, – входной сигнал, подлежащий восстановлению; $y(k)$, $k = 0,1,2,\dots$, – выходной сигнал; $g(k,l)$ – ИПФ системы (14).

Определим КУ, которое обрабатывает выходной сигнал, формулой

$$x(k) = \sum_{l=0}^{\infty} g_C(k,l)y(l), \quad k = 0,1,2,\dots, \quad (15)$$

где в качестве входного сигнала выступает $y(k)$, $k = 0,1,2,\dots$, – выходной сигнал ИП (14); в качестве выходного сигнала выступает $x(k)$, $k = 0,1,2,\dots$, – входной сигнал системы (14); $g_C(k,l)$ – ИПФ КУ.

Постановка задачи. Требуется по серии тестовых эталонных входных сигналов $x_0(k)$, $k = 0,1,2,\dots$, и соответствующих выходных сигналов построить алгоритм обработки выходного сигнала $y(k)$, $k = 0,1,2,\dots$, в результате применения которого будет восстановлен входной сигнал $x(k)$.

Задача сводится к определению импульсной переходной функции $g_C(k,l)$ корректирующего устройства.

Для этого используем метод определения ИПФ по двум тестовым сигналам, описанным выше.

Пусть для ИПФ $g_C(k,l)$ выполнено условие (3):

$$Z[g_C(k,l)] = \sum_{k=0}^{\infty} g_C(k,l)z^{-k} = \hat{G}_C(z)[q_C(z)]^{-l}, \quad l = 0,1,\dots \quad (16)$$

Определим по двум виртуальным входным сигналам $x_i^{\exists}(k)$, $i=1,2; k=0,1,2,\dots$, и соответствующим выходным сигналам $y_i(k)$, $i=1,2; k=0,1,2,\dots$, системы (10) ИПФ $g_C(k,l)$ корректирующего устройства:

$$x_i^{\exists}(k) = \sum_{l=0}^{\infty} g_C(k,l)y_i(l), \quad i=1,2, \quad k=0,1,2,\dots \quad (17)$$

Пусть

$$X_i^{\exists}(z) = Z[x_i^{\exists}(k)] = \sum_{k=0}^{\infty} x_i^{\exists}(k)z^{-k}, \quad Y_i(z) = Z[y_i(k)] = \sum_{k=0}^{\infty} y_i(k)z^{-k}, \quad i=1,2, -$$

Z -преобразования последовательностей $x_i^{\exists}(k)$, $y_i(k)$, $i=1,2; k=0,1,2,\dots$

Учитывая условие (16) и применяя к (17) Z -преобразование, приходим к системе алгебраических уравнений относительно функций $\hat{G}_C(z), q_C(z)$:

$$\begin{cases} \hat{G}_C(z)X_1^{\exists}(q_C(z)) = Y_1(z), \\ \hat{G}_C(z)X_2^{\exists}(q_C(z)) = Y_2(z). \end{cases} \quad (18)$$

Решая систему (18), находим искомые функции $\hat{G}_C(z), q_C(z)$. Тогда функция $G_C(z,l)$ будет иметь вид $G_C(z,l) = \hat{G}_C(z)[q_C(z)]^{-l}$.

ИПФ $g_C(k,l)$ найдем как обратное Z -преобразование по формуле обращения

$$g_C(k,l) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C G_C(z,l)z^{k-1} dz = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \hat{G}_C(z)[q_C(z)]^{-l} z^{k-1} dz, \quad k,l=0,1,2,\dots,$$

где контур интегрирования содержит все особые точки функции $G_C(z,l) = \hat{G}_C(z)[q_C(z)]^{-l}$.

Учитывая, что $x(k)=0$ при $k > m$ (m – число компонент исследуемой жидкости) и $y(k)=0$ при $k > n$ (n – число сенсоров системы), на основании (15) восстановление входного сигнала в процессе эксплуатации проводится по формуле

$$x(k) = \sum_{l=0}^n g_C(k,l)y(l), \quad k=0,1,2,\dots,m.$$

Заключение

Предложенные в работе методы динамических измерений мультисенсорных систем могут быть реализованы в виде математических моделей для нелинейных систем, динамических систем с распределенными параметрами, эрдитарных систем, как дискретных, так и непрерывных. При этом можно воспользоваться обобщением результатов работ: для непрерывных систем

[4, 6, 8], для нелинейных систем [9, 10], для динамических систем с распределенными параметрами [11, 12] и для эредитарных систем [13, 14].

Библиографический список

1. **Грановский, В. А.** Динамические измерения: теория и метрологическое обеспечение – вчера и сегодня / В. А. Грановский // Датчики и системы. – 2016. – № 3 (201). – С. 57–72.
2. **Бойков, И. В.** Аналитические и численные методы идентификации динамических систем : монография / И. В. Бойков, Н. П. Кривулин. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2016. – 398 с.
3. **Бойков, И. В.** Методы идентификации динамических систем / И. В. Бойков, Н. П. Кривулин // Программные системы: теория и приложения. – 2014. – Т. 5, № 5 (23). – С. 79–96.
4. **Бойков, И. В.** Определение временных характеристик линейных систем с распределенными параметрами / И. В. Бойков, Н. П. Кривулин // Метрология. – 2012. – № 8. – С. 3–14.
5. **Бойков, И. В.** Восстановление входных сигналов дискретных динамических систем / И. В. Бойков, Н. П. Кривулин // Измерительная техника. – 2017. – № 11. – С. 3–7.
6. **Бойков, И. В.** Восстановление параметров линейных систем, описываемых дифференциальными уравнениями с переменными коэффициентами / И. В. Бойков, Н. П. Кривулин // Измерительная техника. – 2013. – № 4. – С. 6–11.
7. **Серебряков, Д. И.** Расчет конструктивных параметров чувствительного элемента волоконно-оптического сигнализатора уровня жидкости / Д. И. Серебряков, Т. И. Мурашкина, Н. П. Кривулин // Авиакосмическое приборостроение. – 2006. – № 7. – С. 20–22.
8. **Бойков, И. В.** Определение динамических характеристик измерительных преобразователей с распределенными параметрами / И. В. Бойков, Н. П. Кривулин // Измерительная техника. – 2000. – № 9. – С. 29–32.
9. **Щербаков, М. А.** Итерационный метод оптимальной нелинейной фильтрации изображений / М. А. Щербаков // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2011. – № 4 (20). – С. 43–56.
10. **Бойков, И. В.** Идентификация нелинейных динамических систем / И. В. Бойков, Н. П. Кривулин // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2018. – Т. XXI, № 2 (74). – С. 17–31.
11. **Кривулин, Н. П.** Определение параметров физических процессов, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных с переменными коэффициентами / Н. П. Кривулин // Математическое и компьютерное моделирование естественно-научных и социальных проблем : сб. ст. VIII Междунар. науч.-техн. конф. молодых специалистов, аспирантов и студентов / под ред. И. В. Бойкова. – Пенза, 2014. – С. 172–178.
12. **Бойков, И. В.** Параметрическая идентификация линейных динамических систем с распределенными параметрами / И. В. Бойков, Н. П. Кривулин // Метрология. – 2014. – № 7. – С. 13–23.
13. **Бойков, И. В.** Параметрическая идентификация систем, математические модели которых описываются дифференциальными уравнениями с производными дробных порядков / И. В. Бойков, Н. П. Кривулин // Метрология. – 2013. – № 9. – С. 3–16.
14. **Бойков, И. В.** Параметрическая идентификация эредитарных систем с распределенными параметрами / И. В. Бойков, Н. П. Кривулин // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2013. – № 2 (26). – С. 120–129.

References

1. Granovskiy V. A. *Datchiki i sistemy* [Sensors and systems]. 2016, no. 3 (201), pp. 57–72. [In Russian]
2. Boykov I. V., Krivulin N. P. *Analiticheskie i chislennyye metody identifikatsii dinamicheskikh sistem: monografiya* [Analytical and numerical methods of dynamic system identification: monograph]. Penza: Izd-vo PGU, 2016, 398 p. [In Russian]
3. Boykov I. V., Krivulin N. P. *Programmnyye sistemy: teoriya i prilozheniya* [Program systems: theory and applications]. 2014, vol. 5, no. 5 (23), pp. 79–96. [In Russian]
4. Boykov I. V., Krivulin N. P. *Metrologiya* [Metrology]. 2012, no. 8, pp. 3–14. [In Russian]
5. Boykov I. V., Krivulin N. P. *Izmeritel'naya tekhnika* [Measuring equipment]. 2017, no. 11, pp. 3–7. [In Russian]
6. Boykov I. V., Krivulin N. P. *Izmeritel'naya tekhnika* [Measuring equipment]. 2013, no. 4, pp. 6–11. [In Russian]
7. Serebryakov D. I., Murashkina T. I., Krivulin N. P. *Aviakosmicheskoe priborostroenie* [Aerospace instrument engineering]. 2006, no. 7, pp. 20–22. [In Russian]
8. Boykov I. V., Krivulin N. P. *Izmeritel'naya tekhnika* [Measuring equipment]. 2000, no. 9, pp. 29–32. [In Russian]
9. Shcherbakov M. A. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Tekhnicheskie nauki* [University proceedings. Volga region. Engineering sciences]. 2011, no. 4 (20), pp. 43–56. [In Russian]
10. Boykov I. V., Krivulin H. P. *Sibirskiy zhurnal industrial'noy matematiki* [Siberian journal of industrial mathematics]. 2018, vol. XXI, no. 2 (74), pp. 17–31. [In Russian]
11. Krivulin N. P. *Matematicheskoe i komp'yuternoe modelirovanie estestvenno-nauchnykh i sotsial'nykh problem: sb. st. VIII Mezhdunar. nauch.-tekhn. konf. molodykh spetsialistov, aspirantov i studentov* [Mathematical and computer simulation of natural scientific and social problems: proceedings of VIII International scientific and technical conference of young specialists, postgraduate and undergraduate students]. Penza, 2014, pp. 172–178. [In Russian]
12. Boykov I. V., Krivulin N. P. *Metrologiya* [Metrology]. 2014, no. 7, pp. 13–23. [In Russian]
13. Boykov I. V., Krivulin N. P. *Metrologiya* [Metrology]. 2013, no. 9, pp. 3–16. [In Russian]
14. Boykov I. V., Krivulin N. P. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Tekhnicheskie nauki* [University proceedings. Volga region. Engineering sciences]. 2013, no. 2 (26), pp. 120–129. [In Russian]

Кривулин Николай Петрович

кандидат технических наук, доцент,
кафедра высшей и прикладной
математики, Пензенский
государственный университет (Россия,
г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: krivulin@bk.ru

Krivulin Nikolay Petrovich

Candidate of engineering sciences,
associate professor, sub-department
of higher and applied mathematics,
Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Образец цитирования:

Кривулин, Н. П. Методы идентификации мультисенсорных систем / Н. П. Кривулин // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2019. – № 2 (50). – С. 47–58. – DOI 10.21685/2072-3059-2019-2-5.